**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2019/20 уч.г.**

**Математика, 9 класс, решения**

**Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов - 35**

**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.***

1. Стая из 25 дроздов села на плантацию клубники, плантация имеет форму прямоугольника размером метров. Если два дрозда сидят на расстоянии, меньшем полутора метров, они ссорятся. Докажите, что как бы дрозды ни сели, обязательно будут ссоры.

**Решение.** Разобьем плантацию на квадрата размером метр. В каком-нибудь из квадратов обязательно окажутся по крайней мере два дрозда. Наибольшее расстояние в квадрате равно диагонали квадрата

***Комментарий.***  *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Рассмотрены только частные случаи или конкретные примеры – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

2. Из одинаковых кубиков сложили прямоугольный брусок. Коля повернул брусок так, что ему полностью видны три его перпендикулярные грани. Но при этом в бруске есть ещё кубиков, которые ему не видны. Найдите все возможные значения .

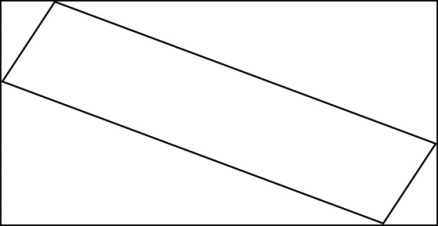
**Ответ.**

**Решение.** Пусть кубик имеет сторону . Невидимые кубики образуют брусок с размерами сторон на меньше исходного, число кубиков в нём равно произведению длин сторон. Представим в виде произведения трёх множителей:

Тогда во всём бруске будет или, или, или , или кубика.

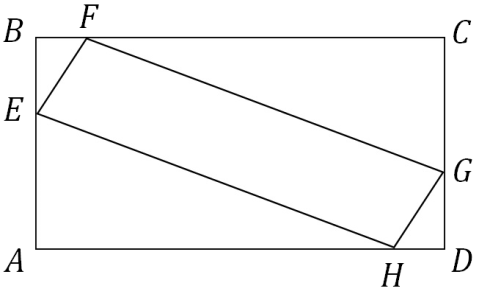
***Комментарий.*** *Приведено верное решение и получен верный ответ – 7 баллов. Приведено верное рассуждение, верно найдено разложение числа на множители, но при вычислении количества кубиков допущена ошибка – 5 баллов. Верный ход решения, но найдены не все разложения числа на произведение трёх множителей – 5 баллов, если пропущено одно разложение, 3 балла, если пропущено больше одного разложения. Задача не решена, но есть элементы верных рассуждений – 1-2 балла. Приведены только верные ответы – 0 баллов.*

3. Из прямоугольного листа вырезали прямоугольную полоску (см. рисунок). Найдите длину и ширину вырезанной полоски, если известно, что ширина в раза меньше длины.



**Ответ.**

**Решение.** Треугольник подобен треугольнику , так как стороны этих треугольников перпендикулярны.



Поэтому Учитывая, что и прямоугольные треугольники и равны (так как у них равные гипотенузы и прилегающие к ним углы), получаем и что даёт систему уравнений

Решение этой системы: Ширина полоски равна Длина полоски в раза больше:

***Комментарий.*** *Верное обоснованное решение – 7 баллов. В верном доказательстве имеются не вполне очевидные и не обоснованные переходы – 5 баллов. Верный ход решения, но допущена одна ошибка – 4 балла. Верный ход рассуждений, но допущено более одной ошибки – 2 балла. Если решение не доведено до конца, за доказательство полезных вспомогательных утверждений 1–2 балла. Только ответ без обоснований – 0 баллов.*

4. Когда Вася надевает ласты, он проплывает участок реки по течению за минуты, а против течения – за минут. Без ласт он проплывает этот участок по течению за минут. За сколько минут он проплывет его против течения без ласт?

**Ответ.**.

**Решение.** Обозначим скорость течения – скорость в ластах – скорость без ласт –

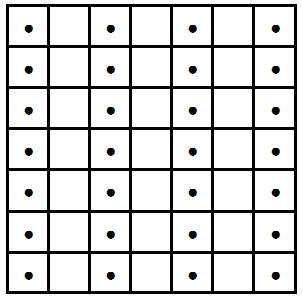
неизвестное время – . Тогда

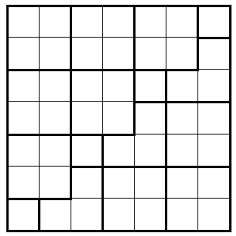
Из равенства находим Подставляя в равенство получаем Из равенства находим (мин.).

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведено верное в целом рассуждение с незначительными пробелами – 5 баллов. Верно составлены уравнения, но дальнейших продвижений нет – 3 балла. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

5. Какое наибольшее количество фишек можно расставить на доске размера клеток так, чтобы в каждом квадрате содержалось бы не более двух фишек? В каждую клетку доски можно ставить не более одной фишки.

**Ответ.**.

**Решение.** Приведем пример расстановки на доске клеток фишек так, чтобы выполнялись требования задачи. Пусть теперь на доске стоят не менее фишек. Докажем, что в этом случае обязательно найдется квадрат , в котором содержатся не менее трёх фишек. Разобьем доску на фигурки, содержащие или клетки следующим образом:



Получили фигурок и отдельно стоящие клетки. В фигурках стоит не менее фишек. Значит, найдется фигурка, в которой будет стоять не менее трёх фишек.

***Комментарий.*** Предложена реализация – 3 балла, сделана оценка – 4 балла, баллысуммируются. При отсутствии решения за потенциально полезные идеи и подходы – 2-3 балла. Ответбез обоснования – 0 баллов.

**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2019/20 уч.г.**

**Математика, 9 класс, решения**

**Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов - 35**

**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.***

1. В прямоугольнике размером сантиметров поставили 13 точек. Докажите, что как бы ни поставить точки, обязательно найдутся две точки, расстояние между которыми меньше 3 сантиметров.

**Решение.** Разобьем прямоугольник на 12 квадратов размером сантиметра. В каком-нибудь из квадратов обязательно окажутся по крайней мере две точки. Наибольшее расстояние в квадрате равно диагонали квадрата

***Комментарий.***  *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Рассмотрены только частные случаи или конкретные примеры – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

2. Из одинаковых кубиков сложили прямоугольный брусок. Коля повернул брусок так, что ему полностью видны три его перпендикулярные грани. Но при этом в бруске есть ещё кубиков, которые ему не видны. Найдите все возможные значения .

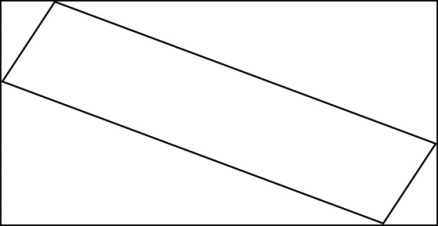
**Ответ.**

**Решение.** Пусть кубик имеет сторону . Невидимые кубики образуют брусок с размерами сторон на меньше исходного, число кубиков в нём равно произведению длин сторон. Представим в виде произведения трёх множителей:

Тогда во всём бруске будет или, или, или , или кубика.

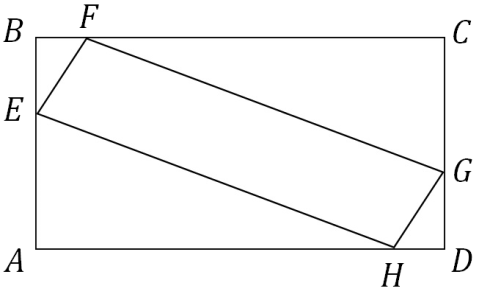
***Комментарий.*** *Приведено верное решение и получен верный ответ – 7 баллов. Приведено верное рассуждение, верно найдено разложение числа на множители, но при вычислении количества кубиков допущена ошибка – 5 баллов. Верный ход решения, но найдены не все разложения числа на три множителя – 5 баллов, если пропущено одно разложение, 3 балла, если пропущено больше одного разложения. Задача не решена, но есть элементы верных рассуждений – 1-2 балла. Приведены только верные ответы – 0 баллов.*

3. Из прямоугольного листа вырезали прямоугольную полоску (см. рисунок). Найдите длину и ширину вырезанной полоски, если известно, что ширина в раза меньше длины.



**Ответ.**

**Решение.** Треугольник подобен треугольнику , так как стороны этих треугольников перпендикулярны.



Поэтому Учитывая, что и прямоугольные треугольники и равны (так как у них равные гипотенузы и прилегающие к ним углы), получаем и что даёт систему уравнений

Решение этой системы: Ширина полоски равна Длина полоски в раза больше:

***Комментарий.*** *Верное обоснованное решение – 7 баллов. В верном доказательстве имеются не вполне очевидные и не обоснованные переходы – 5 баллов. Верный ход решения, но допущена одна ошибка – 4 балла. Верный ход рассуждений, но допущено более одной ошибки – 2 балла. Если решение не доведено до конца, за доказательство полезных вспомогательных утверждений 1–2 балла. Только ответ без обоснований – 0 баллов.*

4. Если отец и сын оба гребут, лодка проходит участок реки по течению за 6 минут, а против течения – за минут. Если гребёт только отец, лодка проходит этот участок по течению за 8 минут. За сколько минут лодка пройдёт его против течения, если гребёт только отец?

**Ответ.**.

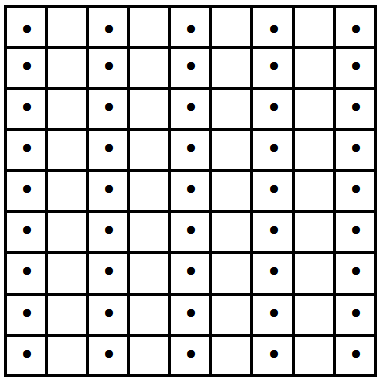
**Решение.** Обозначим скорость течения – скорость, когда гребут оба – скорость, когда гребёт только отец – неизвестное время – . Тогда

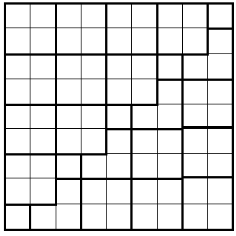
Из равенства находим Подставляя в равенство получаем Из равенства находим (мин.).

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведено верное в целом рассуждение с незначительными пробелами – 5 баллов. Верно составлены уравнения, но дальнейших продвижений нет – 3 балла. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

5. Какое наибольшее количество фишек можно расставить на доске размера клеток так, чтобы в каждом квадрате содержалось бы не более двух фишек? В каждую клетку доски можно ставить не более одной фишки.

**Ответ.** .

**Решение.** Приведем пример расстановки на доске клеток фишек так, чтобы выполнялись требования задачи. Пусть теперь на доске стоят не менее фишек. Докажем, что в этом случае обязательно найдется квадрат , в котором содержатся не менее трёх фишек. Разобьем доску на фигурки, содержащие или клетки следующим образом:



Получили фигурок и отдельно стоящих клеток. В фигурках стоит не менее фишек. Значит, найдется фигурка, в которой будет стоять не менее трёх фишек.

***Комментарий.*** Предложена реализация – 3 балла, сделана оценка – 4 балла, баллысуммируются. При отсутствии решения за потенциально полезные идеи и подходы – 2-3 балла. Ответ без обоснования – 0 баллов.