**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2019/20 уч.г.**

**Математика, 7 класс, решения**

**Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов - 35**

**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.***

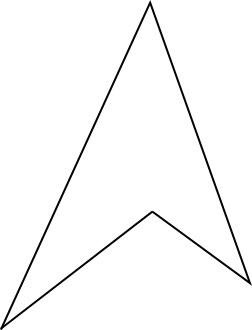
1. Число называется палиндромом, если его запись одинаково читается как слева направо, так и справа налево (например, или ). Лена задумала трехзначный палиндром, прибавила к нему число и получила четырёхзначный палиндром. Какое число задумала Лена?

**Ответ.** .

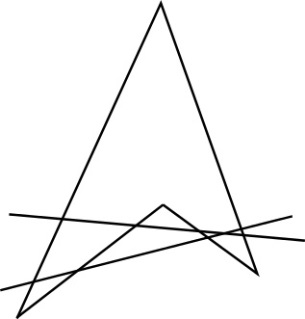
**Решение.** Обозначим число, задуманное Леной, за *.* Ясно, что не превосходит , следовательно, не превосходит . С другой стороны, не меньше . Единственный палиндром между числами и **–** это число (потому что его первая цифра обязательно , а вторая – обязательно , поэтому третья и четвертая – это ). Отсюда , и .

***Комментарий.*** *Только ответ – 2 балла. Сформулирована, но не доказана оценка, что трехзначный палиндром не меньше 958 (либо четырехзначный не больше 1041) –снимать 2 балла. Сформулировано, но не пояснено утверждение, что в интервале от 958 до 999 подходит только 959* ***–*** *снимать 1 балл. Арифметические (вычислительные) ошибки, прочие недочеты – снимать 1 балл.*

2. Разрежьте фигуру двумя прямыми на частей.



**Решение.** Например, так (см. рисунок).



***Комментарий.*** *Приведен верный пример, то есть, изображена фигура и показано, как её разрезать на 6 частей – 7 баллов. Есть только рассуждения, как надо провести прямые, но рисунок отсутствует – 1- 2 балла. Приведен только пример, в котором условие не выполняется – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

3. Никита сложил два последовательных натуральных числа, Семён сложил четыре последовательных натуральных числа, Денис сложил шесть последовательных натуральных чисел. У всех мальчиков оказались равные суммы. Однако двое сложили свои числа правильно, а один – нет. Кто из них ошибся?

**Ответ.** Семён.

**Решение.** Сумма двух последовательных натуральных чисел нечётна. Сумма четырёх последовательных натуральных чисел чётна (как сумма двух нечётных). Сумма шести последовательных натуральных чисел нечётна (так как её можно разбить на сумму двух и четырёх последовательных натуральных чисел, а сумма чётного и нечётного числа – нечётное число). Таким образом, суммы Никиты и Дениса должны быть нечётными числами, а сумма Семёна должна быть чётным числом. Поскольку ошибся только один, то это Семён. Никита и Денис могли назвать равные суммы, например:

***Комментарий.*** *Полное верное обоснованное решение – 7 баллов.* *Ответ получен из рассмотрения конкретного примера, но в анализе примера использована идея чётности – 6 баллов. Ответ получен из рассмотрения конкретного примера без попыток обобщения – 2 балла. Не показано, что у Никиты и Дениса суммы могли быть равны – снимать 1 балл. Приведен только верный ответ – 1 балл.*

4. Миша съел в полтора раза больше пирожков с малиной, чем Лёша. Зато пирожков с вишней Лёша съел в полтора раза больше, чем Миша. Общее число пирожков, которые съел Миша, составляет от общего числа пирожков, которые съел Лёша. Во сколько раз больше Миша съел пирожков с вишней, чем с малиной?

**Ответ.**.

**Решение.** Пусть Лёша съел одну часть пирожков с малиной, тогда Миша съел части. Лёша съел частей пирожков с вишней, тогда Миша съел Составим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Лёша | Миша |
| Малина |  |  |
| Вишня |  |  |

откуда Нужное отношение равно

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Ответ получен подбором чисел, удовлетворяющих условию, но не показано, что другие ответы невозможны – 3 балла. При верном ходе решения допущены ошибки в преобразованиях и – снимать 2 балла за ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

5. Группа из человек отправилась на экскурсию. У каждого был рюкзак или сумка, или и то и другое. Число людей, которые взяли с собой рюкзак, составляло от до всех экскурсантов, а число людей, которые взяли с собой сумку, составляло от до всех экскурсантов. Сколько могло быть людей, взявших и рюкзак, и сумку? Найдите наибольшее и наименьшее значения.

**Ответ.** От до

**Решение.** Число людей, которые взяли с собой рюкзак, может принимать значения от до , число людей, которые взяли с собой сумку – от до . Сумма может принимать значения от до Но число людей, взявших и рюкзак, и сумку, входит в эту сумму два раза. Если вычесть это число, найдём общее число экскурсантов, то есть . Отсюда получаем уравнения . Наибольшее число наименьшее число

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Баллы раскладываются так: найдены только границы чисел людей, взявших отдельно сумку и рюкзак – по 1 баллу. Найдены границы суммы – ещё 1 балл. Найдены наибольшее и наименьшее значения – ещё по 2 балла за каждое. За арифметические ошибки при правильных рассуждениях снижать на 1 балл за каждую ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов.*

**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2019/20 уч.г.**

**Математика, 7 класс, решения**

**Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов - 35**

**Вариант 2. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.***

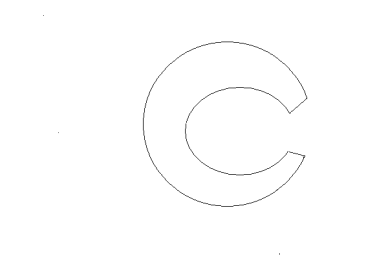
1. Число называется палиндромом, если его запись одинаково читается как слева направо, так и справа налево (например, или ). Маша задумала трехзначный палиндром и прибавила к нему число и получила четырёхзначный палиндром. Какое число задумала Маша?

**Ответ.** .

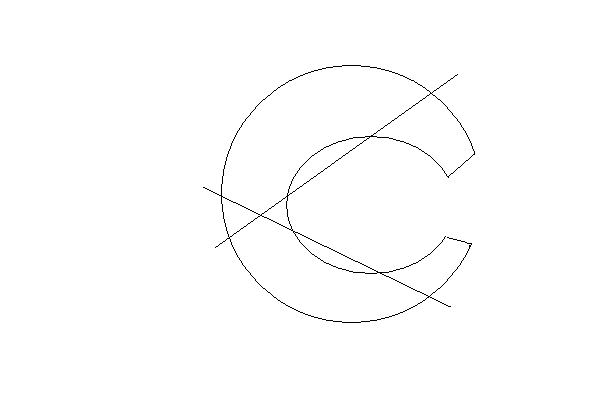
**Решение.** Обозначим число, задуманное Машей, за *.* Ясно, что не превосходит , следовательно, не превосходит . С другой стороны, не меньше . Единственный палиндром между числами и **–** это число (потому что его первая цифра обязательно , а вторая – обязательно , поэтому третья и четвертая – это ). Отсюда , и .

***Комментарий.*** *Только ответ – 2 балла. Сформулирована, но не доказана оценка, что трехзначный палиндром не меньше 948 (либо четырехзначный не больше 1051) – снимать 2 балла. Сформулировано, но не пояснено утверждение, что в интервале от 948 до 999 подходит только 949* ***–*** *снимать 1 балл. Арифметические (вычислительные) ошибки, прочие недочеты – снимать 1 балл.*

2. Разрежьте фигуру двумя прямыми на частей.

****

**Решение.** Например, как нарисунке.



***Комментарий.*** *Приведен верный пример, то есть, изображена фигура и показано, как её разрезать на 6 частей – 7 баллов. Есть только рассуждения, как надо провести прямые, но рисунок отсутствует – 2 балла. Приведен только пример, в котором условие не выполняется – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

3. Соня сложила два последовательных натуральных числа, Женя сложила шесть последовательных натуральных числа, Настя сложила восемь последовательных натуральных чисел. У всех девочек оказались равные суммы. Однако две из них сложили свои числа правильно, а одна – нет. Кто из них ошибся?

**Ответ.** Настя.

**Решение.** Сумма двух последовательных натуральных чисел нечётна. Сумма четырёх последовательных натуральных чисел чётна (как сумма двух нечётных). Сумма шести последовательных натуральных чисел нечётна (так как её можно разбить на сумму двух и четырёх последовательных натуральных чисел, а сумма чётного и нечётного числа – нечётное число). Сумма восьми последовательных натуральных чисел чётна (как сумма двух нечётных). Таким образом, суммы Сони и Жени должны быть нечётными числами, а сумма Насти должна быть чётным числом. Поскольку ошиблась только одна, то это Настя. Соня и Женя могли назвать равные суммы, например:

***Комментарий.*** *Полное верное обоснованное решение – 7 баллов.* *Ответ получен из рассмотрения конкретного примера, но в анализе примера использована идея чётности – 6 баллов. Ответ получен из рассмотрения конкретного примера без попыток обобщения – 2 балла. Не показано, что у Никиты и Дениса суммы могли быть равны – снимать 1 балл. Приведен только верный ответ – 1 балл.*

4. Мама и папа собирали в лесу грузди и рыжики. Папа нашёл в два с половиной раза больше груздей, чем мама. Зато рыжиков мама нашла в два с половиной раза больше, чем папа. Общее число грибов, найденных мамой, составляет от общего числа грибов, найденных папой. Во сколько раз больше папа нашёл груздей, чем рыжиков?

**Ответ.**.

**Решение.** Пусть мама нашла одну часть груздей, тогда папа нашёл частей. Папа нашёл частей рыжиков, тогда мама нашла Составим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Мама | Папа |
| Грузди |  |  |
| Рыжики |  |  |

откуда Нужное отношение равно

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Ответ получен подбором чисел, удовлетворяющих условию, но не показано, что другие ответы невозможны – 3 балла. При верном ходе решения допущены ошибки в преобразованиях и – снимать 2 балла за ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

5. Каждый из садоводов выращивает или малину, или клубнику, или и то и другое. Число садоводов, которые выращивают малину, составляет от до всех садоводов, а число садоводов, которые выращивают клубнику, составляет от до всех экскурсантов. Сколько может быть садоводов, которые выращивают и малину, и клубнику? Найдите наибольшее и наименьшее значения.

**Ответ.** От до

**Решение.** Число садоводов, которые выращивают малину, может принимать значения от до , число садоводов, которые выращивают клубнику – от до . Сумма может принимать значения от до Но число садоводов, выращивающих и малину, и клубнику, входит в эту сумму два раза. Если вычесть это число, найдём общее число садоводов, то есть . Отсюда получаем уравнения . Наибольшее число наименьшее число

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Баллы раскладываются так: найдены только границы чисел садоводов, выращивающих*  *клубнику и малину – по 1 баллу. Найдены границы суммы – ещё 1 балл. Найдены наибольшее и наименьшее значения – ещё по 2 балла за каждое. За арифметические ошибки при правильных рассуждениях снижать на 1 балл за каждую ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов.*