

**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2021/22 уч.г.  
Математика, 6 класс, решения**

**Время выполнения 60 мин. Максимальное кол-во баллов – 35**

**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное (верное) решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

*\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.*

6.1. В магазине «Сладкоежка» продаются конфеты трёх видов: помадка по 3 рубля, суфле по 5 рублей за штуку и желейные по 10 рублей (цены указаны за одну конфету). Семён захотел купить по 8 конфет каждого вида, имея в распоряжении 200 рублей. Придя в магазин, он обнаружил, что сегодня действуют две акции: «При покупке трёх желейных конфет получи бесплатное суфле!» и «При оплате трёх суфле получи бесплатную помадку!» Сколько денег останется у Семёна?

**Ответ.** 72 рубля.

**Решение.** Поскольку Семён купит больше шести, но меньше девяти желейных конфет, он получит бесплатно два суфле. Тогда ему останется купить еще 6 суфле, за что он получит бесплатно две помадки, после чего ему останется купить ещё 6 помадок. Тогда он потратит всего  $8 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 128$  рублей. При этом у него останется  $200 - 128 = 72$  рубля.

**Комментарий.** Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. При верном ходе решения допущены арифметические ошибки – снимать 2 балла за ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.2. Как-то раз на дистанции 6 км решили посоревноваться проворный Вася, который ездит на самокате со скоростью 30 км/ч, и неторопливый Коля, который идет пешком со скоростью 3 км/ч. Когда они стартовали, Вася поехал в противоположную сторону. Через некоторое время он это заметил, развернулся, поехал обратно и догнал Колю ровно на финише. Сколько времени Вася ехал в противоположную сторону?

**Ответ.** 54 минуты.

**Решение.** Коля будет идти пешком 6 км ровно 2 часа. Вася за эти два часа проедет 60 км, и из них только 6 км – на дистанции. Значит,  $(60 - 6) : 2 = 27$  км он проедет сначала в

противоположную сторону, а потом – обратно, но вне дистанции. А 27 км он проедет за  $(27:30) \cdot 60 = 54$  минуты.

**Комментарий.** Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Верный ход решения, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ – 5 баллов. Приведен только ответ – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.3. Шестиклассники Боря, Вера, Гена, Дима и Лена собрались пойти в кино после школы. Но в результате пошли не все. На вопрос, кто же все-таки ходил, ребята ответили так:

Дима: «Нас было четверо».

Вера: «Мальчиков было больше, чем девочек».

Боря: «Нас было трое».

Лена: «Мы с Верой обе были».

Гена: «Димы не было».

Кто ходил в кино после школы, если правду сказали только те, кто ходил, а остальные солгали? Укажите все возможные варианты.

**Ответ.** Боря, Вера, Гена.

**Решение.** Из утверждения Гены следует, что либо сам Гена ходил в кино, а Дима не ходил, либо Дима ходил, а Гена не ходил. Если бы Лена сказала правду, то Вера бы сказала неправду, потому что мальчиков должно было быть больше 2, то есть 3, а пошли не все. Противоречие. Следовательно, Лена солгала. Если бы Вера тоже солгала, то мальчиков бы в кино ходило бы больше, чем девочек (девочек бы там совсем не было). Следовательно, Вера сказала правду и в кино ходила. Но тогда там было два или больше мальчика. Так как Дима и Гена не могли пойти в кино одновременно, то Боря точно ходил, а всего в кино ходили три человека. Следовательно, Дима соврал и в кино не ходил.

**Комментарий.** Получен верный ответ, обоснованный рассуждениями – 7 баллов. Дан верный ответ, обоснования приведены не полностью – 3 балла. Приведен только верный ответ – 1 балл. В ответе содержится хотя бы одна ошибка, а обоснования отсутствуют – 0 баллов.

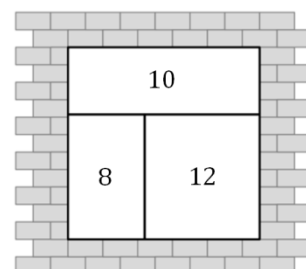
6.4. На 8 марта мальчики принесли в класс шарики и раздали их девочкам. Лёня сказал, что он принёс ровно половину общего количества шариков. Саша сказал, что он принёс ровно треть от общего числа шариков, и отдал свои шарики только Полине и Свете, причем Полина получила на 3 шарика больше, чем Света. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.

**Решение.** Предположим, что оба мальчика не ошиблись. Поскольку Лёня не ошибся, то общее количество принесённых шариков чётно (в два раза больше количества шариков, принесённых Лёней). Треть от чётного числа – тоже чётное число. Значит, количество шариков, которые принёс Саша, чётно. Но, по его словам, он отдал девочкам нечётное количество шариков, так как количества шариков, доставшихся Полине и Свете, имеют разную чётность (различаются на 3), а сумма двух чисел разной чётности нечётна. Получили противоречие.

**Комментарий.** Полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, содержащее незначительные пробелы или неточности – 5-6 баллов. Если решение не доведено до конца, за доказательство полезных вспомогательных утверждений – 2-3 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.5. Большое квадратное панорамное окно состоит из трёх прямоугольных секций, периметры которых указаны на рисунке в метрах. Найдите сторону всего панорамного окна и объясните, как вы её получили.

**Ответ.** 4 метра.



**Решение.** Пусть сторона окна равна  $a$ , а высота левой нижней секции равна  $b$ , ширина левой нижней секции равна  $c$ . Тогда высота верхней прямоугольной секции равна  $a - b$ , ширина равна  $a$ ; высота правой прямоугольной секции равна  $b$ , ширина равна  $a - c$ . Выпишем соотношения периметров трёх секций:  $2a + 2a - 2b = 10$ ;  $2b + 2c = 8$ ;  $2b + 2a - 2c = 12$ . Сложим два последних равенства, получим  $2a + 4b = 20$ . Прибавим к результату удвоенное первое равенство, останется  $10a = 40$ , откуда  $a = 4$ .

**Комментарий.** Верное решение любым способом – 7 баллов. Логически верный ход решения, но из-за арифметической ошибки ответ неправильный – 3 балла. Подобран пример, где прямоугольники действительно обладают нужным периметром, но не объяснено, как получены длины их сторон – 2 балла. Только правильный ответ без пояснений – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

**Всероссийская олимпиада школьников. Школьный этап 2021/22 уч.г.  
Математика, 6 класс, решения**

**Время выполнения 60 мин. Максимальное кол-во баллов – 35**

**Вариант 2. Все задания по 7 баллов.**

**Критерии оценивания заданий.**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное (верное) решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям.***

6.1. В магазине «Сладкоежка» продаются конфеты трёх видов: помадка по 4 рубля, суфле по 7 рублей за штуку и желейные по 12 рублей (цены указаны за одну конфету). Семён захотел купить по 10 конфет каждого вида, имея в распоряжении 300 рублей. Придя в магазин, он обнаружил, что сегодня действуют две акции: «При покупке трёх желейных конфет получи бесплатное суфле!» и «При оплате трёх суфле получи бесплатную помадку!» Сколько денег останется у Семёна?

**Ответ.** 98 рублей.

**Решение.** Поскольку Семён купит больше девяти, но меньше двенадцати желейных конфет, он получит бесплатно три суфле. Тогда ему останется купить еще 7 суфле, за что он получит бесплатно две помадки, после чего ему останется купить ещё 8 помадок. Тогда он потратит всего  $10 \cdot 12 + 7 \cdot 7 + 8 \cdot 4 = 201$  рублей. При этом у него останется  $300 - 201 = 98$  рублей.

**Комментарий.** Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. При верном ходе решения допущены арифметические ошибки – снимать 2 балла за ошибку. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.2. Как-то раз на дистанции 8 км решили посоревноваться проворный Вася, который ездит на самокате со скоростью 20 км/ч, и неторопливый Коля, который идет пешком со скоростью 4 км/ч. Когда они стартовали, Вася поехал в противоположную сторону. Через некоторое время он это заметил, развернулся, поехал обратно и догнал Колю ровно на финише. Сколько времени Вася ехал в противоположную сторону?

**Ответ.** 48 минут.

**Решение.** Коля будет идти пешком 8 км ровно 2 часа. Вася за эти два часа проедет 40 км, и из них только 8 км – на дистанции. Значит,  $(40 - 8) : 2 = 16$  км он проедет сначала в

противоположную сторону, а потом – обратно, но вне дистанции. А 16 км он проедет за  $(16:20) \cdot 60 = 48$  минут.

**Комментарий.** Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Верный ход решения, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ – 5 баллов. Приведен только ответ – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.3. Шестиклассники Вася, Галя, Денис, Коля и Маша собрались пойти в кафе после школы. Но в результате пошли не все. На вопрос, кто же все-таки ходил, ребята ответили так: Вася: «Нас было трое».

Маша: «Мы с Галей обе были».

Коля: «Нас было четверо».

Денис: «Коли не было».

Галя: «Девочек было меньше, чем мальчиков».

Кто ходил в кафе после школы, если правду сказали только те, кто ходил, а остальные солгали? Укажите все возможные варианты.

**Ответ.** Вася, Галя, Денис.

**Решение.** Из утверждения Дениса следует, что либо сам Денис ходил в кафе, а Коля не ходил, либо Коля ходил, а Денис не ходил. Если бы Маша сказала правду, то Галя бы сказала неправду, потому что мальчиков должно было быть больше 2, то есть 3, а пошли не все. Противоречие. Следовательно, Маша солгала. Если бы Галя тоже солгала, то мальчиков бы в кафе ходило бы больше, чем девочек (девочек бы там совсем не было). Следовательно, Галя сказала правду и в кафе ходила. Но тогда там было два или больше мальчика. Так как Коля и Денис не могли пойти в кафе одновременно, то Вася точно ходил, а всего в кафе ходили три человека. Следовательно, Коля соврал и в кафе не ходил.

**Комментарий.** Получен верный ответ, обоснованный рассуждениями – 7 баллов. Дан верный ответ, обоснования приведены не полностью – 3 балла. Приведен только верный ответ – 1 балл. В ответе содержится хотя бы одна ошибка, а обоснования отсутствуют – 0 баллов.

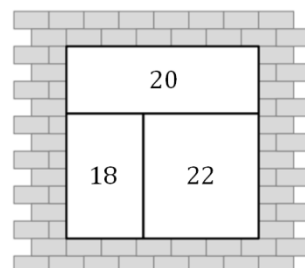
6.4. На 23 февраля девочки принесли в класс конфеты и раздали их мальчикам. Катя сказала, что она принесла ровно половину общего количества конфет. Настя сказала, что она принесла ровно пятую часть от общего числа конфет, и отдала свои конфеты только Диме и Коле, причем Дима получил на 5 конфет больше, чем Коля. Докажите, что кто-то из девочек ошибся.

**Решение.** Предположим, что обе девочки не ошиблись. Поскольку Катя не ошиблась, то общее количество принесённых конфет чётно (в два раза больше количества конфет, принесённых Катей). Пятая часть от чётного числа – тоже чётное число. Значит, количество конфет, которые принесла Настя, чётно. Но, по её словам, она отдала мальчикам нечётное количество конфет, так как количества конфет, доставшихся Диме и Коле, имеют разную чётность (различаются на 5), а сумма двух чисел разной чётности нечётна. Получили противоречие.

**Комментарий.** Полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, содержащее незначительные пробелы или неточности – 5-6 баллов. Если решение не доведено до конца, за доказательство полезных вспомогательных утверждений – 2-3 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

6.5. Большое квадратное панорамное окно состоит из трёх прямоугольных секций, периметры которых указаны на рисунке в метрах. Найдите сторону всего панорамного окна и объясните, как вы её получили.

**Ответ.** 8 метров.



**Решение.** Пусть сторона окна равна  $a$ , а высота левой нижней секции равна  $b$ , ширина левой нижней секции равна  $c$ . Тогда высота верхней прямоугольной секции равна  $a - b$ , ширина равна  $a$ ; высота правой прямоугольной секции равна  $b$ , ширина равна  $a - c$ . Выпишем соотношения периметров трёх секций:  $2a + 2a - 2b = 20$ ;  $2b + 2c = 18$ ;  $2b + 2a - 2c = 22$ . Сложим два последних равенства, получим  $2a + 4b = 40$ . Прибавим к результату удвоенное первое равенство, останется  $10a = 80$ , откуда  $a = 8$ .

**Комментарий.** Верное решение любым способом – 7 баллов. Логически верный ход решения, но из-за арифметической ошибки ответ неправильный – 3 балла. Подобран пример, где прямоугольники действительно обладают нужным периметром, но не объяснено, как получены длины их сторон – 2 балла. Только правильный ответ без пояснений – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.