

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
(ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП)
возрастная группа (10 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 90 минут.

- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов – 35. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Вариант 1

10.1. Интернет-фирма провела акцию: «Подключи Интернет себе, приведи четверых друзей, которые также подключат Интернет, и получи стоимость подключения обратно». После окончания акции выяснилось, что 13 абонентов пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых абонента, а остальные 100 не привели никого. Сколько абонентов подключили Интернет бесплатно?

10.2. Про квадратный трехчлен $f(x)$ с целыми коэффициентами известно, что $f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) = 4$. Найдите $f(\sqrt{10}) - f(\sqrt{7})$.

10.3. На столе лежит коллекция различных по массе камней, каждый из которых весит целое число граммов. Известно, что самый лёгкий камень коллекции весит в 71 раз меньше, чем все остальные камни вместе взятые. Также известно, что два самых лёгких камня коллекции вместе весят в 34 раза меньше, чем все остальные камни вместе взятые. Какое наименьшее число граммов может весить самый лёгкий камень?

10.4. На стороне KL треугольника KLM с углом M , равным 108° , выбраны точки S и T (S между K и T) таким образом, что периметр треугольника MST равен длине стороны KL . Оказалось, что центр описанной окружности остроугольного треугольника KMT лежит на описанной окружности треугольника SMT . Найдите $\angle SMT$.

10.5. По окружности расставили 268 целых чисел. Оказалось, что сумма любых 20 подряд идущих чисел равна 75. Число 3 располагается на позиции 17, число 4 – на позиции 83, число 9 – на позиции 144. Найдите число, которое располагается на позиции 210.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
(ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП)
возрастная группа (10 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 90 минут.

- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов – 35. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Вариант 2

10.1. Интернет-фирма провела акцию: «Подключи Интернет себе, приведи четверых друзей, которые также подключат Интернет, и получи стоимость подключения обратно». После окончания акции выяснилось, что 15 абонентов пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых абонента, а остальные 120 не привели никого. Сколько абонентов подключили Интернет бесплатно?

10.2. Про квадратный трехчлен $f(x)$ с целыми коэффициентами известно, что $f(\sqrt{5}) - f(\sqrt{3}) = 6$. Найдите $f(\sqrt{13}) - f(\sqrt{10})$.

10.3. На столе лежит коллекция различных по массе камней, каждый из которых весит целое число граммов. Известно, что самый лёгкий камень коллекции весит в 71 раз меньше, чем все остальные камни вместе взятые. Также известно, что два самых лёгких камня коллекции вместе весят в 30 раз меньше, чем все остальные камни вместе взятые. Какое наименьшее число граммов может весить самый лёгкий камень?

10.4. В треугольнике KLM угол M равен 46° . На продолжении стороны KL за точку K выбрана точка S , а на продолжении KL за точку L – точка T так, что длина отрезка ST равна периметру треугольника KLM . Оказалось, что центр описанной окружности остроугольного треугольника KMT лежит на описанной окружности треугольника KLM . Найдите $\angle SMT$.

10.5. По окружности расставили 308 целых чисел. Оказалось, что сумма любых 20 подряд идущих чисел равна 65. Число 7 располагается на позиции 61, число 3 – на позиции 103, число 6 – на позиции 204. Найдите число, которое располагается на позиции 10.