

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

(урок одной ключевой ситуации)

На базе УМК «Физика»

7–9 классы,

10–11 классы (базовый и углублённый уровни)

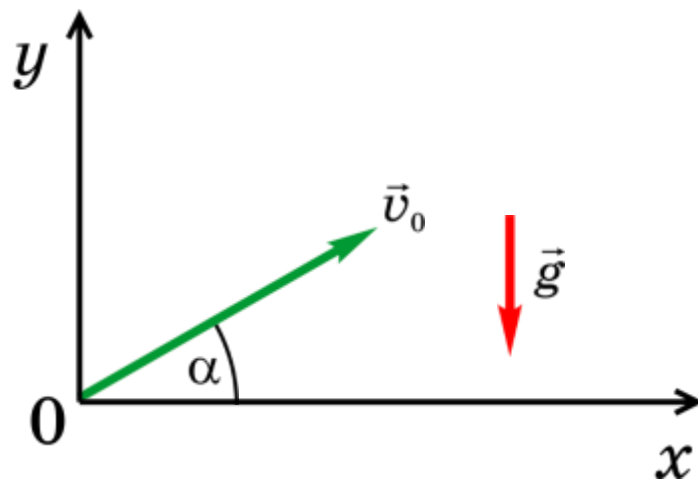
Л. Э. Генденштейн, А. А. Булатова,

И. Н. Корнильев, А. В. Кошкина



Дальше

Ситуация: Тело брошено с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Какие соотношения справедливы для этой ситуации?

Назад

Дальше

Рассмотрим, наконец, случай, когда тело брошено с начальной скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту (рис. 4.5).

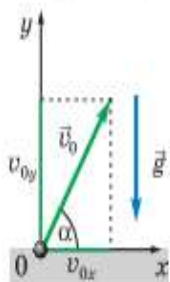


Рис. 4.5

Зависимость скорости тела от времени в векторном виде и в этом случае выражается формулой $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. Однако теперь надо учитывать, что начальная скорость имеет ненулевые проекции на обе оси координат.

Рассмотрим, наконец, случай, когда тело брошено с начальной скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту (рис. 4.5).

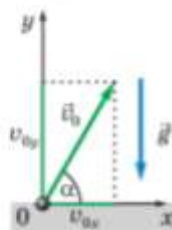


Рис. 4.5

45

Кинематика

Зависимость скорости тела от времени в векторном виде и в этом случае выражается формулой $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. Однако теперь надо учитывать, что начальная скорость имеет ненулевые проекции на обе оси координат.

Зависимость скорости тела от времени в векторном виде и в этом случае выражается формулой $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. Однако теперь надо учитывать, что начальная скорость имеет ненулевые проекции на обе оси координат.

38. Запишите выражения для проекций начальной скорости \vec{v}_0 на оси координат.
39. Запишите уравнение $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ в проекциях на оси координат в виде системы двух уравнений.
40. Выведите формулы, выражающие зависимость координат x и y тела от времени.

Из полученных формул следует, что брошенное под углом к горизонту тело вдоль оси x движется равномерно со скоростью $v_0 \cos \alpha$, а вдоль оси y — как тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 \sin \alpha$.

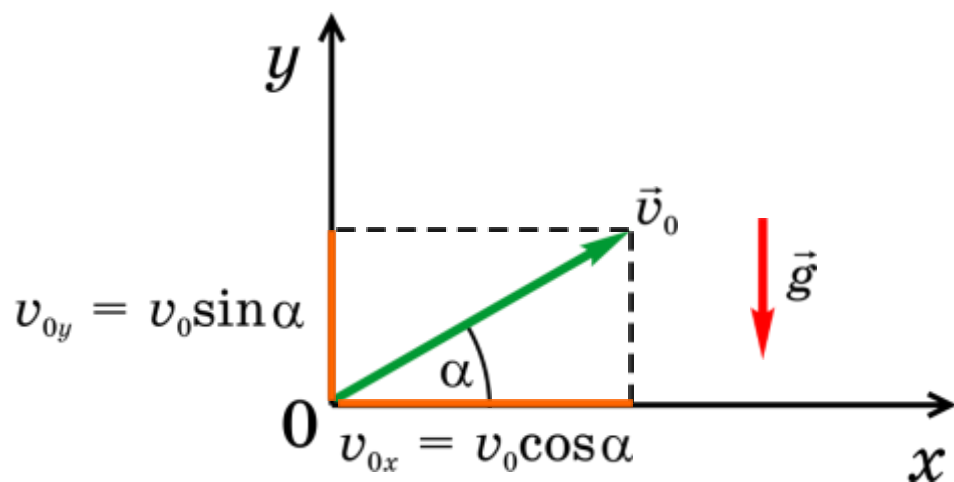
41. Тело брошено под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с.
- На каком расстоянии от точки бросания (по горизонтали) будет находиться тело через 1 с после броска? Через 2 с после броска?
 - На какой высоте будет находиться тело через 1 с после броска? Через какой промежуток времени после броска координата y тела станет снова равной нулю?
 - Какие выводы можно сделать из полученных результатов?

Траектория движения

42. Докажите, что уравнением траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту, является уравнение параболы, проходящей через начало координат.
43. Почему струя воды, бьющая под углом к горизонту, имеет форму параболы (рис. 4.6)?



Ситуация: Тело брошено с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Необходимо провести анализ полученных соотношений на качественном уровне.

Из полученных формул следует, что брошенное под углом к горизонту тело вдоль оси x движется равномерно со скоростью $v_0 \cos \alpha$, а вдоль оси y — как тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 \sin \alpha$.

Какие задачи можно поставить,
используя эти соотношения?

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Назад

Дальше

Какие задачи можно поставить,
используя эти соотношения?

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$



- 41.** Тело брошено под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с.
- На каком расстоянии от точки бросания (по горизонтали) будет находиться тело через 1 с после броска? Через 2 с после броска?
 - На какой высоте будет находиться тело через 1 с после броска? Через какой промежуток времени после броска координата y тела станет снова равной нулю?
 - Какие выводы можно сделать из полученных результатов?



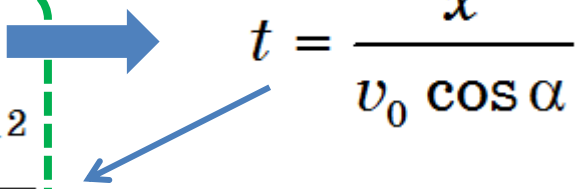
Траектория движения

42. Докажите, что *уравнением траектории* движения тела, брошенного под углом к горизонту, является уравнение *параболы*, проходящей через начало координат.
43. Почему струя воды, бьющая под углом к горизонту, имеет форму параболы (рис. 4.6)?



Рис. 4.6

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$



$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot tg\alpha$$

Парабола

44. Выразите время полёта тела (до падения на землю) через v_0 и α . Докажите, что время всего полёта в 2 раза больше времени подъёма тела до верхней точки траектории.



$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \longrightarrow 0 = v_0 \sin \alpha \cdot t_{\text{пол}} - \frac{gt_{\text{пол}}^2}{2}$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

45. Выразите дальность l полёта тела через v_0 и α .

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \longrightarrow l = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

46. Футболист ударил по мячу, придав ему начальную скорость 20 м/с. Мяч упал на землю на расстоянии 34,6 м от начального положения.

а) Под каким углом к горизонту могла быть направлена начальная скорость мяча?

б) Какой вывод следует из того, что в этой задаче есть два ответа?

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \longrightarrow \quad \sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad 2\alpha = 60^\circ \text{ или } 2\alpha = 120^\circ$$

$\alpha_1 = 30^\circ \quad \text{или} \quad \alpha_2 = 60^\circ$

Дальность полёта
при одной и той же начальной скорости
может быть *одинаковой*
при *различных* углах бросания.

Назад

Дальше

47. При каком угле бросания *дальность* полёта тела, брошенного под углом к горизонту с одной и той же по модулю начальной скоростью, *максимальна*?

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$



$$\sin 2\alpha_{\max} = 1$$

$$2\alpha_{\max} = 90^\circ$$

$$\alpha_{\max} = 45^\circ$$



$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

Назад

Дальше

Сколько времени происходил подъём тела?

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \longrightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - gt_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_{\text{пол}} = 2t_{\text{под}}$$

48. Выразите высоту h подъёма тела через v_0 и α .

49. При каком угле бросания *высота* подъёма тела, брошенного под углом к горизонту с той же по модулю начальной скоростью, *максимальна*?

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$



$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\sin^2 \alpha = 1$$

$$\alpha = 90^0$$



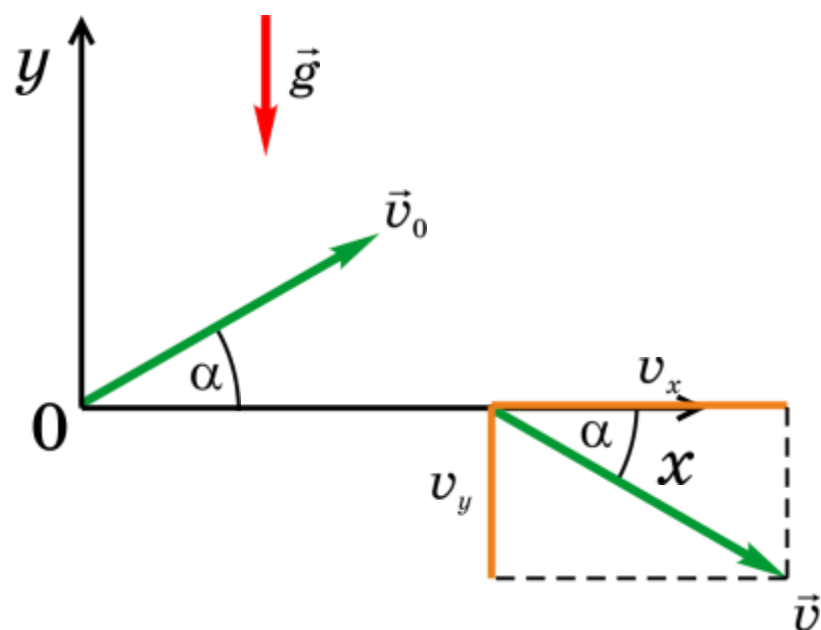
$$h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

50. Посылая ударами ноги лежащий на земле мяч в полёт с одной и той же по модулю начальной скоростью, но под разными углами к горизонту, футболист обнаружил, что мяч падает на землю не далее 40 м от его начального положения. На какую максимальную высоту мог подниматься мяч при ударах?

При каком угле бросания
дальность полёта равна высоте подъёма?

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \\ h &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \end{aligned} \right\} \longrightarrow \begin{aligned} \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\ 2 \sin \alpha \cos \alpha &= \frac{\sin^2 \alpha}{2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= 4 \\ \alpha &\approx 76^\circ \end{aligned}$$

С какой скоростью тело упало на землю?



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

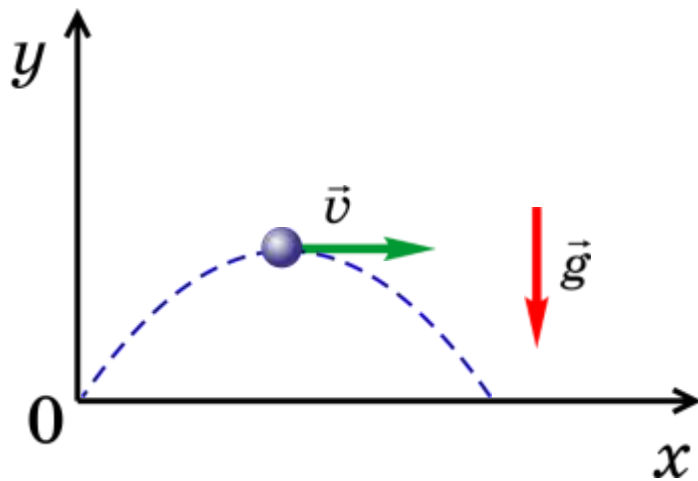
$$v_y = -v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (-v_0 \sin \alpha)^2} = \sqrt{v_0 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = v_0$$

Назад

Дальше

Какова минимальная скорость тела
во время полёта?

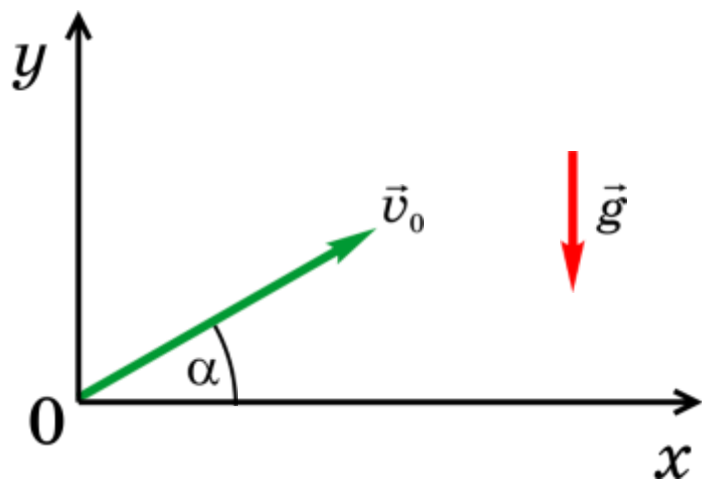


$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v_{\min} = v_0 \cos \alpha$$



$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

До новых встреч!
bualbina@yandex.ru

БИНОМ. Лаборатория знаний
<http://lbz.ru/>